12 FEPEG FÓRUM ENSINO · PESQUISA · EXTENSÃO · GESTÃO
CIÊNCIA E TECNOLOGIA: IMPLICAÇÕES NO ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO
REALIZAÇÃO: Unimontes PIBID Unimontes
APOIO: FAPEMIG FADENOR
ISSN: 1806-549X

UMA PROPOSTA DE ESTUDO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS DIRIGIDA AOS ESTUDANTES DA ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR PLÍNIO RIBEIRO

Autores: LUIZ CARLOS GABRIEL FILHO, ARTHUR DE ANDRADE ROCHA, FILIPE RUDDY GONÇALVES CHAVES

Introdução

A matemática Clássica de fundamenta na Teoria de Conjuntos, na Construção dos Números e no conceito de Função. Os livros didáticos da Educação Básica não mostram com clareza a passagem gradativa entre cada um destes tópicos, admitindo simplesmente a existência dos conjuntos, dos números, das funções e manipulando as propriedades existentes de forma exaustiva e repetitiva, seja por meio de avaliações ou listas de exercícios. Diante da dificuldade dos livros de Educação Básica em apresentar uma construção clara e intuitiva para estes tópicos, selecionamos dois estudantes da Escola Estadual Professor Plínio Ribeiro, através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica para Alunos do Ensino Médio - PIBIC-EM/CNPq. Com estes estudantes fizemos um estudo de diferentes autores da Educação Básica e de Textos Universitários, que mostram a construção dos números de forma clara. Percebemos que existe uma possibilidade de apresentar uma abordagem semelhante para estudantes da Educação Básica, minimizando possíveis prejuízos de aprendizagem e melhorando a compreensão de outros tópicos onde o conceito de número se torna necessário.

Material e métodos

O conceito de Número é ensinado de forma muito superficial na Educação Básica, uma vez que os livros didáticos não trazem uma construção crítica deste assunto. Por exemplo, por que o produto de números inteiros de mesmo sinal é um número positivo, e quando possuem sinais contrários, o resultado é um número negativo? O que é um número natural? Como tratar um número como uma classe de equivalência (como os inteiros e racionais)? Como tratar um número real como um corte de Dedekind? O que é um número Complexo? Nossa proposta foi apresentar estas ideias para dois estudantes da Escola Estadual Professor Plínio Ribeiro, num contexto onde os livros didáticos simplesmente ignoram este tipo de abordagem. Apresentamos a Teoria de Conjuntos a partir de LIMA 2017, as relações e classes de equivalência DOMINGUES 1982, Números naturais LIMA 2017, Números inteiros e Racionais REFEZ 2009, Números Reais GUIDORIZZI 2013 e Funções GUIDORIZZI 2013. Através destes autores, mostramos a relação lógica dos conceitos e fizemos uma construção dos números. As propriedades dos números naturais, inteiros, racionais e reais surgem de forma espontânea e natural, pois são aprendidas como de fato são. Nesta abordagem é impossível não relembrar como eles aprenderam os números na Educação Básica, relatando a experiência em sala de aula. E também é comum o entusiasmo quando se consegue estabelecer um conjunto numérico a partir do visto anteriormente.

Quanto aos exercícios procuramos apresentar problemas num nível básico até questões que exigissem mais do estudante. Mas antes de tudo, apresentamos uma construção argumentativa dos tópicos. A teoria de conjuntos foi mostrada usando as relações entre elemento e conjunto, e entre conjuntos. Foram vistas as propriedades básicas de conjunto como união e interseção, procurando mostrar aos estudantes uma introdução à demonstração. Ou seja, não são simplesmente admitidos os objetos, mas é preciso provar as propriedades de conjuntos. Neste momento, percebemos um certo receio dos estudantes com esta nova abordagem.

Em seguida, apresentamos aos estudantes a ideia de relações de equivalência sobre elementos de um conjunto. E depois o conceito de classe de equivalência e espaço quociente. Uma relação de equivalência sobre elementos de um conjunto deve ser reflexiva, simétrica e transitiva. Esta ideia é facilmente aprendida com diagramas e exemplos simples. Estes conceitos são fundamentais para a construção dos inteiros e dos racionais.

Foi introduzida a ideia de número natural como o pilar na construção dos números, o ponto de partida para a nossa construção. Para isto, apresentamos os axiomas de Peano onde o número 1 (um) não é sucessor de nenhum número, dado um número natural n, temos o seu sucessor n+1, e o princípio de indução. Estas ideias nos permite falar de conjuntos finitos, infinitos, conjuntos enumeráveis e não enumeráveis. Mostramos que a o produto é uma soma, e que a soma de 3 (três) com 4 (quatro), significa memorizar o sucessor de 3 e avançar quatro casas, resultando no número 7 (sete). Daí temos a ideia de contagem nos dedos, que erroneamente foi abolida na educação básica. Algumas propriedades de números naturais foram apresentadas como a soma dos n primeiros pares, dos n primeiros ímpares etc.

TEORIA DE CONJUNTOS. RELAÇÕES E CLASSES DE EQUIVALÊNCIA. CONJUNTOS NUMÉRICOS. FUNÇÕES

ISSN: 1806-549X

Para a ideia de números inteiros usamos o conceito de relação e classes de equivalência, onde somar números inteiros equivale operar com classes de equivalência. Neste tópico ficou claro que o número zero é uma classe de equivalência de elementos, cuja primeira coordenada é igual à segunda. E que o zero não é um número natural, como muitos livros didáticos trazem de forma equivocada. Ficou clara as operações com números inteiros e a chamada ``regras de sinais´´. Além disso, mostramos que os inteiros é um conjunto enumerável. Sobre os racionais, definimos outra relação de equivalência e mostramos uma construção semelhante à dos inteiros, mostrando que no conjunto dos números racionais os objetos são distintos e possuem com outras propriedades em relação à soma e produto. Mostramos que o conjunto dos racionais é enumerável e que todo elemento não nulo admite inverso multiplicativo, introduzindo de certa forma o conceito de corpo.

A introdução aos números reais foi feita usando Cortes de Dedekind, onde foi usado todos os conceitos estudados anteriormente. Aqui vemos a insuficiência dos racionais e a existência dos números não-racionais. Esta passagem dos racionais para os reais não foi tão árdua pois os estudantes, pois conseguiram entender os conceitos anteriores, e aplicá-las neste contexto. As operações de soma e produto foram definidas a partir do conceito de Corte, onde foi aprendida a noção de intervalo. Da construção dos reais para a construção dos complexos foi mais fácil, pois foi introduzido o conceito de unidade imaginária e demonstrada as propriedades para este conjunto. Em seguida, apresentamos as funções polinomiais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, que são funções definidas sobre o conjunto dos números reais. Notamos no início uma dificuldade com esta nova linguagem, com a aprendizagem de demonstrações simples. E com o passar do tempo, os estudantes foram assimilando a linguagem, comparando o conhecimento aprendido com a experiência do ensino médio e fundamental. Notamos uma quebra de paradigmas dos conceitos vistos nos livros, e uma nova aquisição de conhecimento, crítica, construtiva e com significado.

Resultados e discussão

Os resultados alcançados com este estudo foi uma construção significativa da teoria de conjuntos, dos conjuntos numéricos e funções. Vimos que este conhecimento não é tão simples como os livros da educação básica costumam apresentar. Vimos os possíveis autores que apresentam esta construção e que os diferentes conceitos estão espalhados em excelentes livros. Acreditamos que esta abordagem pode ser feita com estudantes das escolas públicas, mas isto exige dedicação por parte do professor, na medida que ele se conscientize da limitação dos livros didáticos, que exploram a simples manipulação de regras, sem contexto ou significado.

Conclusão/Conclusões/Considerações finais

Este projeto mostra que certos conceitos aprendidos na Educação Básica precisam ser (re)vistos sobre uma nova ótica. A nova visão deve ser cheia de sentido e significado, que torne o conhecimento uma construção, e não uma memorização cega de regras e procedimentos, necessários apenas para atingir nota suficiente para ser aprovado. Precisamos mostrar a grandeza do saber.

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica para Alunos do Ensino Médio, PIBIC/EM.

Referências bibliográficas

BOYER, C.B. **História da Matemática**. 1 edição – Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1996.

DOMINGUES, H.H.; IEZZI, Gelson. **Álgebra Moderna**. 2 edição – Editora Atual, São Paulo, 1982.

GUIDORIZZI, L.H. **Um Curso de Cálculo**. Vol 1, 5 edição – Editora LTC, Rio de Janeiro, 2003.

HEFEZ, A. **Iniciação à Aritmética: Programa de Iniciação Científica da OBMEP**. IMPA, Rio de Janeiro, 2009.

LIMA, E.L. **Curso de Análise**. Vol 1, 12 edição – IMPA, Rio de Janeiro, Projeto Euclides, 2007.